

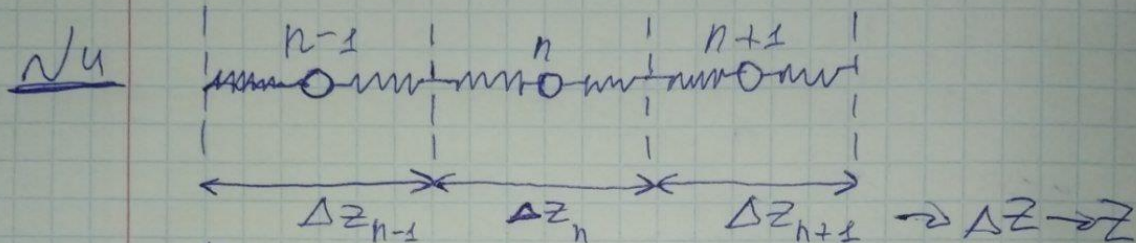
Екзаменаційна робота  
з курсу „Коливання та хвилі”  
студента III курсу, групи ТФНКТ  
Желудков ~~А~~ Артемій Вікторович  
Білет №2

№2

Ні, оскільки метод рядів та інтегралів Фур'є застосовується лише, де справджується ~~принцип~~ принцип суперпозиції, а тобто для лінійних рівнянь, а не математичкий маятник описується нелінійним рівнянням. Можна використати інтеграл Дюгамеля.

№1 Стійкості за Ляпуновим відповідає випадку малих відхилення двох точок на фазовому просторі та їхніх траєкторій на фазовому портреті, якщо ці точки мають не однакові початкові умови. Нелінійний консервативний осцилятор є ангармонічним та має важливе явище неізохорності (власна частота є функцією амплітуди). Тобто якщо у певний момент часу взяти два відмінні розв'язки системи нелінійних консервативних осциляторів з різною амплітудою, то з часом сусідні

точки будуть нескінченно розходитись, що не є стійкістю за Ляпуновим. Тому нелінійний конс. осц. не є стійким за Ляпуновим.



$$m \frac{d^2 z_n}{dt^2} = -k z_n + k(z_{n-1} + z_{n+1} - 2z_n)$$

$$\frac{d^2 z_n}{dt^2} = -\frac{k}{m} z_n + \frac{k}{m} (z_{n-1} + z_{n+1} - 2z_n)$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad z_n = z'_n \exp(i\omega t - i k n a)$$

$$z'_n = z_n, \text{ якщо } \Delta z_n = 0$$

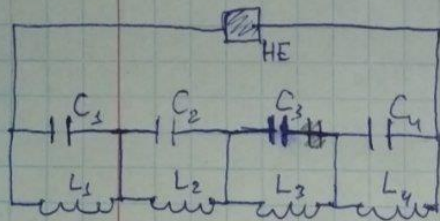
$$-\omega^2 z'_n \exp(i\omega t - k n a) = -\omega_0^2 z'_n \exp(i\omega t - k n a) + \omega_0^2 z'_n (\exp(i\omega t - (k(n-1)a) + \exp(i\omega t - k(n+1)a) - 2\exp(i\omega t - k n a))$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 - (\exp(k a) + \exp(-k a) - 2) \omega_0^2$$

$$\omega^2 = 3\omega_0^2 - 2\cos k a \omega_0^2$$



N3  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$



HE - Нелінійний елемент (кубичний)

Врахування кубічного зв'язку призведе до появи в правих частинах рівнянь руху (за відсутності нелінійного зв'язку) деяких кубічних форм.

$$\ddot{X}_1 + \omega_1^2 X_1 = \sum_{i,j,k=1}^3 d_{ijk} X_i X_j X_k$$

$$\ddot{X}_2 + \omega_2^2 X_2 = \sum \beta_{ijk} X_i X_j X_k$$

$$\ddot{X}_3 + \omega_3^2 X_3 = \sum \gamma_{ijk} X_i X_j X_k$$

$$\ddot{X}_4 + \omega_4^2 X_4 = \sum \delta_{ijk} X_i X_j X_k$$

де  $\omega_i = \sqrt{1/L_i C_i}$ ,  $d_{ijk} = d_{jik} = \dots = d_{kij}$  так само для  $\beta, \gamma, \delta$

За методом повільних амплітуд

$$X_k(t) = A_k(t) e^{i\omega_k t} + A_k^*(t) e^{-i\omega_k t}$$

Підставляємо розв'язки до системи рівнянь:

$$\begin{cases} \omega_1 = \omega_3 + \omega_4 - \omega_2 \\ \omega_2 = \omega_3 + \omega_4 - \omega_1 \\ \omega_3 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_4 \\ \omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2i\omega_1 \dot{A}_1^* = 6d_{234} A_2^* A_3 A_4 \\ 2i\omega_2 \dot{A}_2^* = 6\beta_{134} A_1^* A_3 A_4 \\ 2i\omega_3 \dot{A}_3^* = 6\gamma_{124} A_1 A_2 A_4^* \\ 2i\omega_4 \dot{A}_4^* = 6\delta_{123} A_1 A_2 A_3^* \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} i\dot{A}_1 = \frac{3d_{234}}{\omega_1} A_2^* A_3 A_4 \\ i\dot{A}_2 = \frac{3\beta_{134}}{\omega_2} A_1^* A_3 A_4 \\ i\dot{A}_3 = \frac{3\gamma_{124}}{\omega_3} A_1 A_2 A_4^* \\ i\dot{A}_4 = \frac{3\delta_{123}}{\omega_4} A_1 A_2 A_3^* \end{cases}$$